SCOMPOSIZIONE DI VETTORI SECONDO DIREZIONI ASSEGNATE

La scomposizione (o decomposizione) di vettori è il problema inverso della composizione.
In pratica vogliamo trovare nuovi vettori giacenti su direzioni o passanti per punti assegnati che, sommati tra loro, diano luogo al vettore iniziale.

Caso 1 – Scomposizione di un vettore **v** secondo 2 direzioni *a* e *b*.

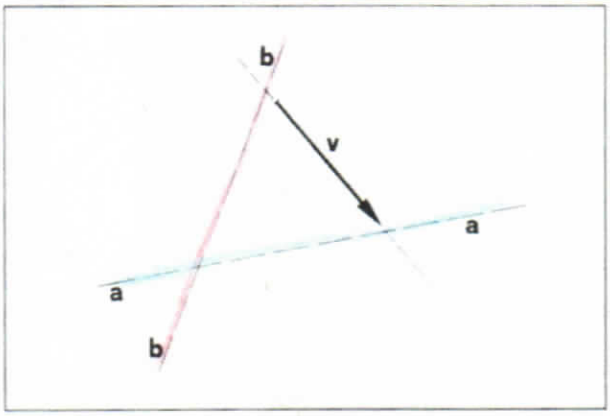

Fig. 2.48

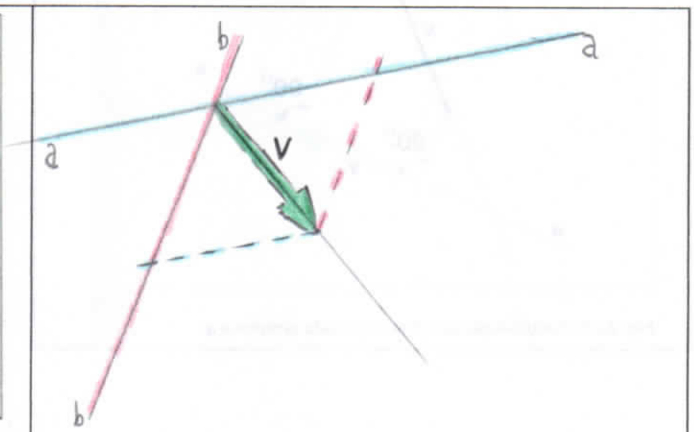

Fig. 2.49

Questo problema ammette soluzione soltanto se la retta d'azione del vettore **v** e le rette *a* e *b* si incontrano in uno stesso punto.
2 vettori, agenti su 2 rette diverse, quando vengono sommati danno luogo ad una risultante che passa necessariamente per il punto di incontro delle 2 rette d'azione a e b.
Se la condizione è verificata l'operazione di scomposizione si effettua applicando la regola del parallelogramma.

Caso 2 – Scomposizione di un vettore **v** secondo una retta ed un punto

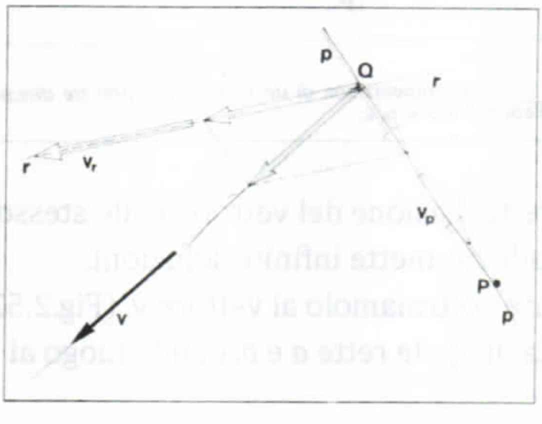

Fig. 2.50 - Scomposizione di un vettore secondo un punto P ed una retta r.

Condizione: Il punto non deve giacere sulla retta. Punto e retta non si appartengono.
Siano dati: vettore **v**, retta *r*, punto *P*
La retta d'azione del vettore **v** e la retta *r* si incontrano nel punto *Q*.
Congiungiamo *P* e *Q* con la retta *p*.
Scomponiamo **v** secondo le rette *r* e *p*.
I vettori $\mathbf{v}_r$ e $\mathbf{v}_p$ sono rispettivamente i vettori componenti secondo le rette *r* e *p*.

ATTENZIONE: il procedimento cade in difetto quando la retta *r* incontra la retta d'azione del vettore **v** all'infinito, ovvero quando le due rette sono parallele.

Caso 3 – Scomposizione di un vettore **v** secondo 1 direzioni

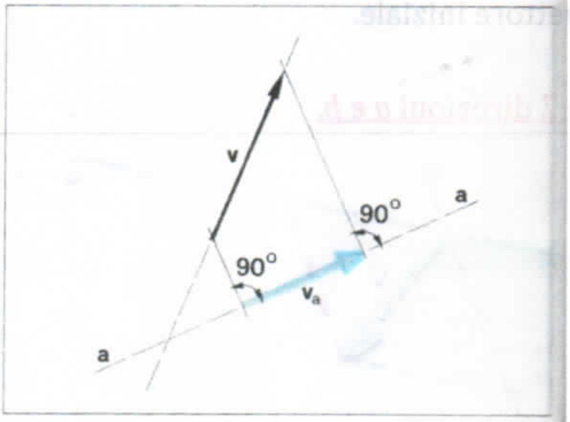

Fig. 2.51- Componente di un vettore nella direzione a.

Il componente di **v** secondo la retta *a* come il vettore $\mathbf{v}_a$ ottenuto proiettando ortogonalmente **v** sulla retta *a*.

Caso 4 – Scomposizione di un vettore **v** secondo 3 direzioni

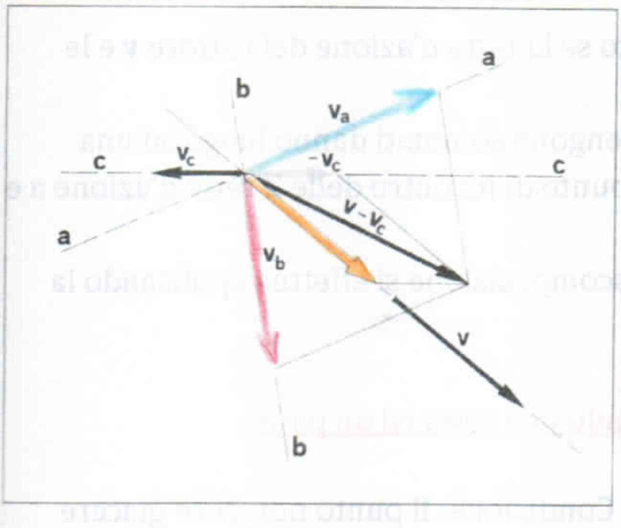

Fig. 2.52 - Scomposizione di un vettore secondo tre direzioni concorrenti a, b, c.

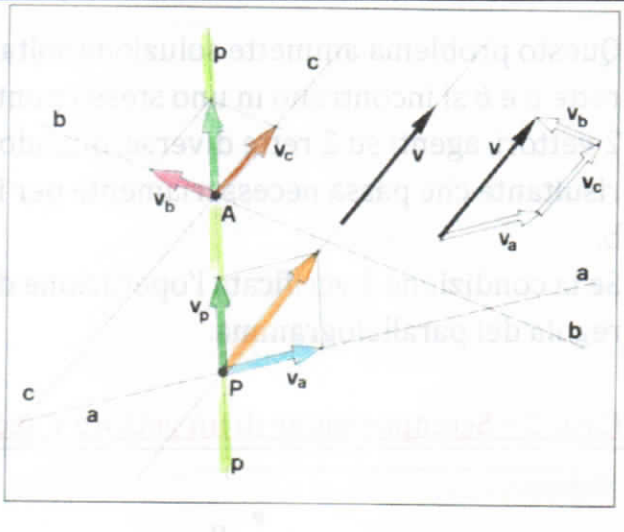

Fig. 2.53 - Scomposizione di un vettore secondo tre direzioni non concorrenti a, b, c.

Se le 3 direzioni sono concorrenti, assieme alla retta d'azione del vettore, nello stesso punto, il problema può essere risolto in molti modi. Ammette infinite soluzioni.
Prendiamo un generico vettore $\mathbf{v}_c$ lungo la retta *c* e sottraiamolo al vettore **v**. (Fig.2.52)
Il vettore risultante ($\mathbf{v} - \mathbf{v}_c$) può essere scomposta lungo le rette *a* e *b*, dando luogo ai vettori $\mathbf{v}_a$ e $\mathbf{v}_b$.
La somma dei 3 vettori $\mathbf{v}_a$ e $\mathbf{v}_b$ e $\mathbf{v}_c$ porta al vettore **v**.

ATTENZIONE. Siamo partiti assumendo arbitrariamente il vettore $\mathbf{v}_c$, e che se avessimo scelto un diverso vettore, ad esempio di modulo doppio, avremmo trovato 2 diversi vettori lungo le rette *a* e *b*: in questo senso l'operazione di scomposizione che abbiamo effettuato non ammette una sola soluzione ma tante quante sono le scelte iniziali del vettore $\mathbf{v}_c$.

La scomposizione del vettore secondo 3 direzione ammette 1 sola soluzione soltanto quando le 3 rette, e quella d'azione del vettore, NON passano tutte per lo stesso punto.
Nella figura 2.53 il vettore **v** si deve scomporre secondo le 3 rette *a, b, c*.
Facciamo scorrere il vettore lungo la propria retta d'azione sino ad incontrare la retta a nel punto *P*;
Congiungiamo *P* con il punto d'incontro *A* delle rette *b* e *c*;
p è la retta così individuata;
Con la regola del parallelogramma scomponiamo **v** secondo le rette *a* e *p* nei vettori $\mathbf{v}_a$ e $\mathbf{v}_p$;
Facciamo scorrere il vettore $\mathbf{v}_p$ lungo la propria retta d'azione sino al punto a e scomponiamolo secondo le rette b e c che vi concorrono;
applichiamo la regola del parallelogramma ed otteniamo i vettori $\mathbf{v}_b$ e $\mathbf{v}_c$;

Il vettore $\mathbf{v}_p$ ha un ruolo ausiliario in questa costruzione:
la retta *p* si chiama *retta ausiliaria* proprio perché permette la risoluzione del problema.
Se proviamo a comporre $\mathbf{v}_a$, $\mathbf{v}_b$ e $\mathbf{v}_c$ troviamo proprio il vettore **v**.